

КОГДА
ПОВЕЗЛО :)

пример
сдачи
электродов

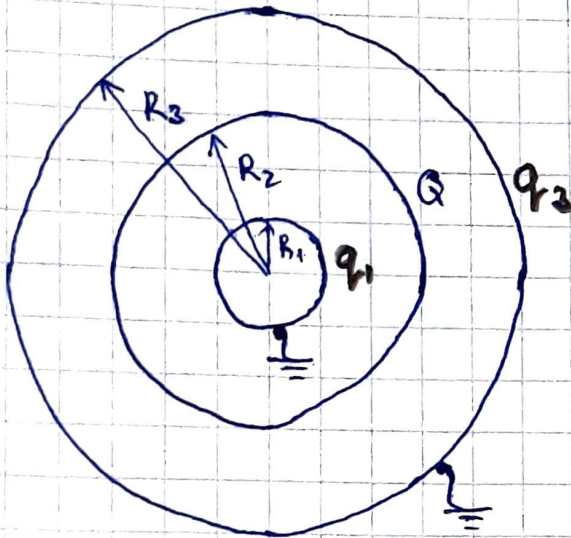
31.05.21

// 2-ая попытка

препод: Парашук

1 // § 3.7 из Нестребко

Из трех концентрических ^{один центр} бесконечно тонких металлических сфер с радиусами $R_1 < R_2 < R_3$, находящихся в вакууме, крайние заземлены, а средняя сообщена эл. заряд Q . Найти $E(r)$ - ?



ЗАЗЕМЛЕНИЕ: тогда
! С тела на землю или
с земли на тело
может притечь
какой-нибудь заряд,
только чтобы
 $\varphi = 0$ на нём.
($\int q_1$ и q_3)

Для φ :

$$\begin{array}{ccccccc} \varphi = \text{const} & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r} + c & \overset{\text{const, не имеет значения}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(q_1 + Q)}{r} + c} & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(q_1 + Q + q_3)}{r} & & & \\ 0 & R_1 & R_2 & R_3 & & & \infty \\ & \uparrow & & \uparrow & & & \uparrow \\ & \varphi = 0 & & \varphi = 0 & & & \varphi = 0 \end{array}$$

• Запишем потенциал на сфере с радиусом R_3 :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(q_1 + Q + q_3)}{R_3} = 0 \Rightarrow q_1 + Q + q_3 = 0$$

- Запишем разность потенциалов между R_3 и R_1 :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} (q_1 + Q) \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = 0$$



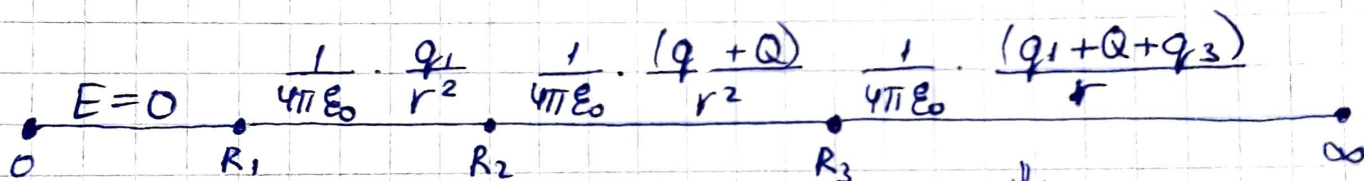
$$\begin{cases} q_1 + Q + q_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (q_1 + Q) \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) + q_1 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = 0 \end{cases}$$

- два уравнения,
два неизвестных:
 q_1 и q_3

Находим q_1 и q_3 из системы. А зная заряды на каждой сфере, можем найти напряженность в любой точке пространства.

Для E :



$E = 0$
(т.к. $q_1 + Q + q_3 = 0$)

Ответ: ↗

В на зачёте главное - рассказать идею.
Доводить до ответа необязательно.

② Почему E внутри проводящей сферы равно 0?



Из Тн Гаусса:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = 0 \quad // \text{ внутри сферы}$$

||

} векторы сонаправлены:

$$(\vec{E}, d\vec{S}) = E \cdot dS \cdot \cos 0 = E dS \quad \}$$

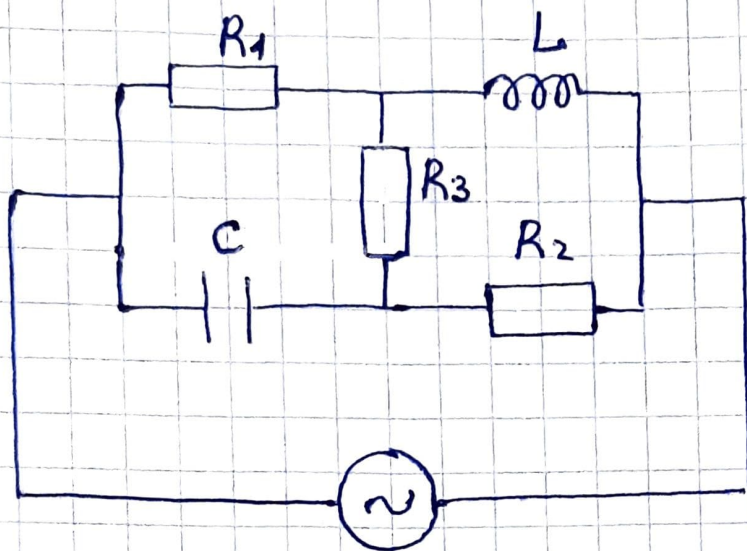
||

$$\oint_S E dS = E \cdot 4\pi r^2 = 0$$

$E = 0$ внутри
именно сферы!
(с шаром будет иначе)

2

Найти условие, при котором ток через резистор с R_3 будет равен 0.



// §12.6
(пример)
из Негребко

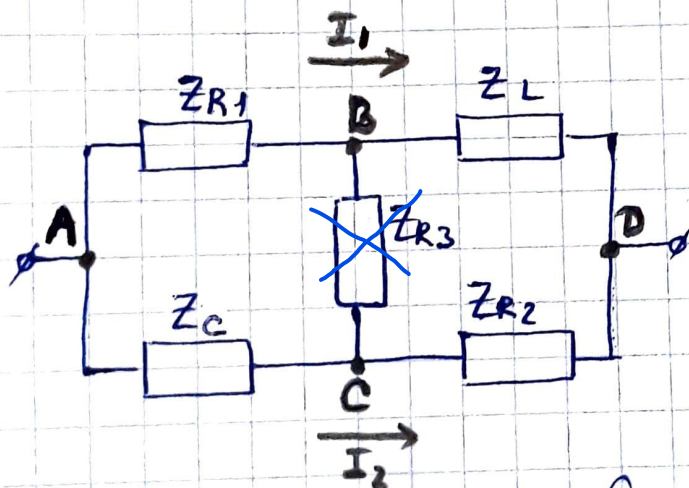
РЕШАЕТСЯ ПРОСТО!

ЗАПОМНИТЬ

$$Z_R = R$$

$$Z_L = i\omega L$$

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$



Будем решать
через
интегралы

"Данные уравнения цепи составляются точно так же, как и для цепей постоянного тока"

Чтобы $I = 0$ через Z_{R3} , потенциалы в точках B и C должны быть равны: $\varphi_B = \varphi_C$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 Z_{R_1} = \varphi_B - \varphi_A \\ I_2 Z_C = \varphi_C - \varphi_A \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 Z_{R_1} = I_2 Z_C$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 Z_L = \varphi_D - \varphi_B \\ I_2 Z_{R_2} = \varphi_D - \varphi_C \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 Z_L = I_2 Z_{R_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 Z_{R_1} = I_2 Z_C \\ I_1 Z_L = I_2 Z_{R_2} \end{array} \right.$$

⇓

$$\frac{Z_{R_1}}{Z_L} = \frac{Z_C}{Z_{R_2}}$$

$$\frac{R_1}{i\omega L} = \frac{1/i\omega C}{R_2}$$

Ответ:

$$\boxed{R_1 R_2 = \frac{L}{C}}$$

ВОПРОСЫ

/ * попросили выписать ур-ие Максвелла * /

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$\Rightarrow$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}_{\text{стат}} d\vec{l}$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I + I_{\text{связь}}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Вопросы такого рода:

1. $\vec{D} d\vec{S}$ - это какое произведение?

Отв: скалярное :)

2. $\operatorname{div} \vec{D}$ - это вектор или число?

Отв: число :) , т.к.

$$\operatorname{div} \vec{D} = (\vec{\nabla}, \vec{D}), \text{ где } \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

скалярное произведение $\Rightarrow$ получаем скаляр
 $\Rightarrow$ число (ну или потому что ρ - это число)

3. Это за переход от $\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$ к $\operatorname{div} \vec{B} = 0$?

Отв: из ф-лы Остроградского-Гаусса (математическая физика)

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} \stackrel{!}{=} \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

4. Это такое $\vec{D}$?

Отв: вектор индукции эл. поля

5. Что значит $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$?

это изменение магнитного потока $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$, пронизывающего замкнутый проводящий контур, порождает в этом контуре ЭДС индукции.

6. А минус?

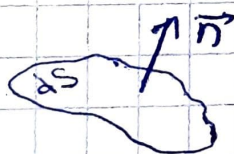
ЭДС индукции порождает в контуре индукционный ток.

Этот индукционный ток создает свое магнитное поле, которое стремится поддержать значение магнитного потока Φ через контур неизменным.

7. Что за заряд Q в $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q$?

это сумма свободных зарядов, находящихся в объеме, который окружает эта поверхность S .

8. Куда направлен вектор $d\vec{S}$?



по нормали $\vec{n}$
к этой поверхности

9. $\text{rot } \vec{H}$ - это вектор или число?
Отв: вектор

$\text{rot } \vec{H} = [\vec{\nabla}, \vec{H}]$ - векторное произведение (по правилу вектор)

10. Что это значит $\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}_{\text{ср}} d\vec{l}$?

Циркуляция вектора напряженности сторонних сил равна ЭДС, действующей в замкнутой цепи.

! Важно понимать, что поле сторонних сил не эвл. потенциальным.

11. Что такое сторонние силы?

Сторонние силы - силы не кулоновского происхождения.

Стационарные токи могут протекать только при наличии сторонних сил (аналогия с насосом и водой)

// может, а может и нет

12. Как получили $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}_{\text{ср}} d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} \quad // \text{"ср"} - \text{просто опускаем}$$

по ф-ле Стокса (математика)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \left\{ \Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \right\} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

② Почему $\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$ - не знаю.

⇓

$$\int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} = \int_S \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) d\vec{S} \Rightarrow \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

13. Это что $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$?

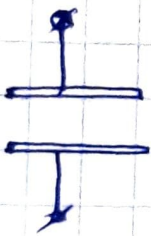
Отв.: просто производная по времени (?) вектора $\vec{E}$ - вектор напряженности электрического поля.

14. Что такое ток смещения?

$$I_{\text{смещ}} = \int_S \vec{j}_{\text{смещ}} d\vec{S}, \quad \vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

При разрыве цепи постоянного тока и включении в неё конденсатора ток в разомкнутой цепи отсутствует.

Точнее: постоянный ток в цепи с конденсатором не протекает, а переменный ток протекает.



При зарядке конденсатора, на его обкладках будет накапливаться заряд (увеличиваться)

которые будут создавать поле $\vec{E}$ между ними.

т.к. $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$, то

$$\vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \neq 0, \text{ если поле } \vec{E} \text{ меняется (а меняется оно, пока заряд на обкладках меняется)}$$

$$\vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0, \text{ если } \vec{E} = \text{const} \text{ (т.е. конденсатор полностью заряжен)}$$

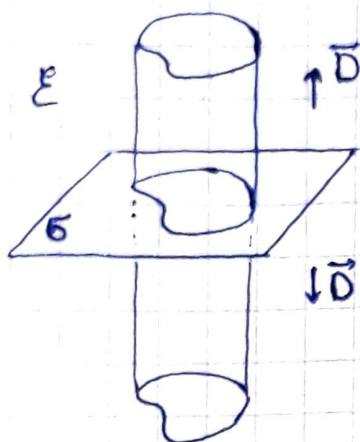
15. Ток смещения порождает магнитное поле?

Отв.: да, так же как и ток проводимости

16. А чему равно $\vec{E}$ в конденсаторе?

Отв: $E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}$, σ — поверхностная плотность заряда

шаг 1 Находим $\vec{E}$ по полю, создаваемому бесконечной плоскостью // §3.2 Непредко



из теор. Гаусса

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sigma S$$

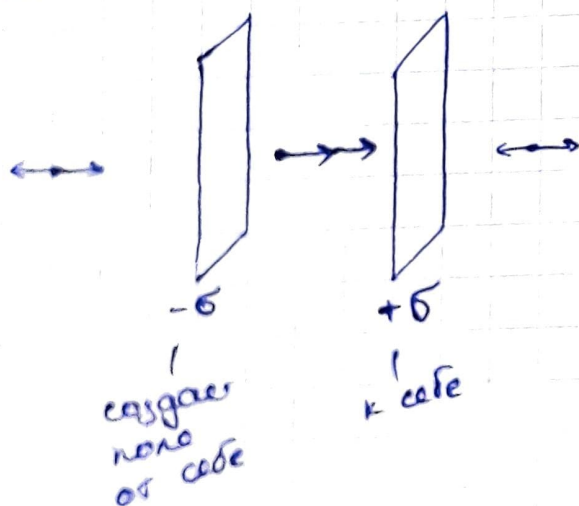
" $2DS$ // через боковые = 0

$$2DS = \sigma S$$

$$D = \frac{\sigma}{2} = \epsilon \epsilon_0 E$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0}$$

шаг 2 Плоский конденсатор: две пластины.



Если не учитывать краевые эффекты, можно расси. поле внутри как сумму полей двух бесконечных плоскостей.

$$E = 2 \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}$$

17. А чему равно $\vec{E}$ поле вне конденсатора?

Отв: нулю.

$E = 0$, т.к. поле компенсируется.

$$E_{\text{вне}} = \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0} = 0$$

УДАЧИ
И ВАМ! ;)